Обратная матрица

Задание 1

Дана матрица A = [[2, 1], [1, 3]]. Найдите det(A) и A^{-1}, затем проверьте, что $A \times A^{-1} = I_2$.

1. Для матрицы [[a, b], [c, d]] определитель равен ad − bc. Поэтому det(A) = 2 × 3 − 1 × 1 = 5.

2. Поскольку det(A) ≠ 0, обратная матрица существует.

3. Для матрицы 2 × 2 обратная матрица равна 1/(ad − bc) × [[d, −b], [−c, a]]: элементы главной диагонали меняются местами, а остальные меняют знак.

4. Подставляем значения: A^{-1} = 1/5 × [[3, −1], [−1, 2]] = [[3/5, −1/5], [−1/5, 2/5]].

Ответ: det(A) = 5; A^{-1} = [[3/5, −1/5], [−1/5, 2/5]].

Проверка: $A \times A^{-1}$ = 1/5 × [[2 × 3 + 1 × (−1), 2 × (−1) + 1 × 2], [1 × 3 + 3 × (−1), 1 × (−1) + 3 × 2]] = 1/5 × [[5, 0], [0, 5]] = [[1, 0], [0, 1]] = I_2.